南山大学数学対策講座を受講する皆さんへ

このテキストを手にしている皆さんは，志高くここまで勉強を進めてきたと思います。その努力を，**南山大学に通用する力に仕上げるために必要なこと**とは？　…それをお話する前に，まずは皆さんは**「細やかな技術」**がきちんと身についていますか？　とくに高２までに数学の各分野のさまざまな問題を通じ，皆さんはさまざまな技術を磨いてきたはずです。もし不足している部分・分野があることを自覚した時には，速やかに技術を磨いておいてください。

さて，数学においてはよく「応用力がない」という声を耳にします。それはいわゆる「公式暗記型」でしか数学を勉強していない人がよく口にする気がします。「２次方程式が異なる２つの実数解をもつ」 ⇒ 「判別式 $D>0$」といったように。数学で大切なのは「⇒」，いわゆる「プロセス」の部分です。そこに至る「背景」「理由」ですね。それを理解した上で「⇒」をショートカットする分には全くかまいませんが。皆さんはちゃんとそれを自覚していますか？

そして，「応用力」とはまさに**「プロセス力」**と言えましょう。問題を見たとき，その問題が語っていることをその字面の奥に潜む部分まで読み込み，どこに自分の手で解決しなければならない「壁」があるのかを考えるわけです。さらに「壁」を越えるために何が必要か。それはこの「⇒」に隠されています。そうです，それを選択すべき「理由」があるのです。はたまた，時には形の美しさといった，数学の枠を越えた部分にヒントが隠されていることもあるでしょう。それを見抜き，立式し，磨いた技術を以て計算し答案として仕上げていくのです。

このテキストには，この**「プロセス力」を養うために必要な問題が厳選**されています。後述しますが，このテキストの使い方に従い，画面を通じて伝わってくるものを目で，耳で，肌で吸収し，自分のものとするための**復習を実践**すれば（ここ大事！），無限に広がる数学の世界の扉は確実に開かれます。今日の講義から何が皆さんに伝わったのか。それを反芻し，他の異なる場面においても**「考える」癖をつける**。それこそが，南山大学に通用する力となりましょう。

そうです。**「この講座だけでいい」わけではありません**。「傾向と対策」というものは，大学入試には存在しません。「たまたま」出ることが多かった分野に絞って勉強することはリスクが高すぎます。扉を開いた後は，自ら歩んでいくことです。扉が開かれているのにその先に進まない人はいないでしょう。なぜならば，その先に皆さんが目指す「南山大学」があるのですから。ぜひ，大学の過去問や入試問題集に進んでください。

この講座を見るたびに，さまざまな「開かずの扉」が音を立てて開くでしょう。決してテクニカルなことは要求しません。必要なのは，磨いてきたはずの**技術**，そしてその技術を活かすべく**謙虚な姿勢**でこの講座を見る，そして合格したいという**気持ち**です。その気持ちで講義を聞き，もし感動することがあっても，感動したという事実だけでその日を終わらないでください。せっかく開いた扉も，時間がたてば自動的に閉まりますよ。**真に感動すべきは，自分で「未知なる道」を切り開いた時**です。その感動をかみしめながら，一歩，また一歩，南山大学を目指して前進しましょう。何かを見失った時，私は，指南役としていつもあなたのそばに現れます。

山内　恵介

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜南山大数学対策講座　目次＞

第１講　全学統一入試
第２講　小問集合
第３講　図形と方程式，微分法・積分法
第４講　数列，ベクトル
第５講　微分法・積分法（数学Ⅲ），複素数平面

＜講座の受講の仕方＞

①　予習について

すべての講は「講義問題」３問で形成されています。まずは何も見ないでノートに解いてみましょう。自分が問題をとらえる力がどこまで養われているかわかります。

ここでは必ずしも答案形式にこだわる必要はありません。掲載されている問題は南山大学の入試に出題されたものを中心に構成されていますから，最後まで解けないことも多いかもしれません。それでも，いろんな可能性を追ってみましょう。

ちなみに１問にかけてよい時間はおよそ20分です。もちろん，このまま続ければ(おそらく）最後まで答えに行き着く！　というところまで行っている場合は，30分まではかけて結構です。３問でおよそ１時間から１時間半。数学に本気で向き合う時間です。

②　講義について

予習をすることで自分の見るべきポイントが押さえられた状態，これが講義を受ける前に必要な準備です。それができている状態で講義を受けて，先生がこの問題を通じて何を伝えたいのかを感じ取ってください。問題が掲載されているページはすべて見開きの構成となっており，余白（「Note」欄）がふんだんに用意されています。ここには何でも「自由」に書いて残すことができます。「自由」とはどういうことか。 それは，このスペースに画面上の黒板に書かれたことを「書き写すのみ」に留まることは厳禁，ということです。講義時間は限られていますから，先生は全てを黒板に書くことはしていません。よって，先生が話したことや自分なりに感じ取ったことを記しておくべきなのです。きれいにまとめても誰も見ませんよ。あくまで「Note」＝「記録」です。後から見て自分だけがわかる程度でいいのです。

ちなみにここまでの人生で書く速度を速くする努力をしてこなかった人へ。この講座はいつでも止めたり戻ったりできます。もちろん，聞きながら書くという訓練はこれからでも遅くありません。ちなみに止められるからといって「考えすぎ」は逆に厳禁です。皆さんに残された時間は限られています。勉強は数学だけじゃないでしょう。大枠をとらえた上で，細かいとこ

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

ろに後からこだわる姿勢も大事です。

③　復習について　その１

まずは問題によって語られた「ストーリー」を，テキストの問題を見て，もう一度頭に描いてみましょう。もし思い出せない場面があったらノートや「Note」欄を見てみましょう。そしてそこで描いた世界観を元に，次に自分で実際に問題を解いてみましょう。予習と異なり，ここでは計算も含め実際に丁寧に記述していきましょう。もし全然歯がたたない場合は，もう一度講座を視聴することをお勧めします。

もちろん数学という科目の特性上，あなたの技術力の不足などで途中で止まってしまうかもしれません。また，あなたの想いをどう記述で表現していいかわからない場合もあるかもしれません。安心してください。すべての問題に「模範解答」がついています。必要に応じ，画面を見る，またはプリントアウトして参考にしてください。

講義問題の復習をこのように欠かすことなく行い，答案を自分で書き上げることができた時が，先生から得たものが自分のものになった瞬間です。こうして書き上げた答案を，テキストと一緒に保存しておきましょう。

また１回の復習で納得のいくものが書けないケースもあるかと思います。そういった場合は，時間をおいて今一度問題を解き直すことをお勧めします。チャンスは「空き時間」「隙間時間」です。一度自分で取り組んだことは，次は確実に速度と正確性が上がります。それを実感することも成長の糧となりましょう。

④　復習について　その２

③が終わったら，新たな問題にチャレンジしたくなるでしょう。「練習問題」が各講２～３題ずつ用意してあります。講義問題に関連する問題もあれば，発展的な内容もあります。また問題によって難易度もさまざまです。解き終えたら，「解答」を見て自分の到達具合をチェックしてみましょう。解答にはワンポイントのコメントもついています。この「練習問題」もまた，皆さんの成長のために厳選した問題です。より理解を深めていただきたく思います。

以上を確実に繰り返すことにより，確実に「自分で考える」領域に至ることができます。それはもしかしたら自分の力だけで到達したかもしれない領域です。しかしながら，もしそうであったとしても，そこに至る確実性の高いものがあるとしたら，それを選択することによって浮いた時間や労力をほかの学習に回すことができるでしょう。この講義がそういう目的をかなえるための存在であること，それは繰り返しますがサイクルを確実に構築した人だけがわかることです。皆さんの日々の努力，期待しています。

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　全学統一入試

1　[1]　(1)　実数 a に対して，3 次方程式 $x^3+ax^2-ax-1=0$ は実数解をただ 1 つだけもつとする．この方程式の実数解は $x=$ **ア** であり，a のとりうる値の範囲を求めると **イ** である．

(2)　a，b，p を実数とする．x の方程式 $x^3-x^2+ax+b=0$ の解のうち 2 つが $-p-2i$ と p であるとき，p の値を求めると $p=$ **ウ** である．また，a と b の値を求めると $(a,\ b)=$ **エ** である．

[2]　3 つのサイコロを同時に投げるとき，出た目の最大値が 6 となる確率は **オ** であり，出た目の最小値と最大値の組が (1，6) となる確率は **カ** である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ Note ＞

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　座標平面上の曲線 C : $y=-x^3+x+6$ を考える.

(1)　C 上の点 $(2,\ 0)$ を通る C の接線をすべて求めよ.

(2)　$a>0$ とする. 点 $(a,\ 0)$ を通る C の接線の本数を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　原点をOとする座標平面上に2点A(3, 2)，B(−1, 5)をとる．線分ABを$s:1-s$ $(0<s<1)$の比に内分する点をCとする．また，平面上の2点P，Qが，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+t\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ $(0<t<1)$を満たしているとする．

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{CP}}$の成分を$s$と$t$で表せ．

(2)　$|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$が成り立つとき，$s$を$t$で表せ．

(3)　$|\overrightarrow{\mathrm{CP}}|=|\overrightarrow{\mathrm{AP}}|$と$\overrightarrow{\mathrm{AB}}\perp\overrightarrow{\mathrm{CQ}}$が成り立つとき，$s$と$t$の値を求めよ．

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　全学統一入試

[1]　a は実数とする．x の方程式 $x^3+x^2+ax-a-2=0$ は a の値によらない実数解をもち，その実数解は $x=$ [ア] である．また，この方程式が虚部が 2 の虚数解をもつとき，a の値を求めると $a=$ [イ] である．

[2]　曲線 $C : y=x^3-3x$ に対し，点 A$(3,\ a)$ から 3 本の接線が引けるとき，a の値の範囲は $-$ [ウ] $<a<$ [エオ] である．

[3]　座標平面上に 3 点 O$(0,\ 0)$，A$(2,\ 0)$，B$(0,\ 1)$ がある．AB を $t:(1-t)$ に内分する点を C，AB を $(1-t):t$ に内分する点を D とする．ただし，$0<t<\frac{1}{2}$ である．このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$，$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ を成分で表すと $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=($ [カ] t，[キ] $-t)$，

$\overrightarrow{\mathrm{CD}}=($ [ク] $t-2$，　$1-$ [ケ] $t)$ である．△OCD が直角三角形になるとき

$t=\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}$ であり，$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|=|\overrightarrow{\mathrm{CD}}|$ のとき $t=\dfrac{9-\sqrt{\boxed{シス}}}{15}$ である．

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

テキスト解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　全学統一入試

1 [1] (1) 実数 a に対して，３次方程式 $x^3+ax^2-ax-1=0$ は実数解をただ１つだけもつとする．この方程式の実数解は $x=$ ア であり，a のとりうる値の範囲を求めると イ である．

(2) a，b，p を実数とする．x の方程式 $x^3-x^2+ax+b=0$ の解のうち２つが $-p-2i$ と p であるとき，p の値を求めると $p=$ ウ である．また，a と b の値を求めると $(a,\ b)=$ エ である．

(1) $x^3+ax^2-ax-1=0$ ……① より

$(x-1)\{x^2+(a+1)x+1\}=0$

よって方程式①は実数解 $x=\mathbf{1}$ をもつ． ……ア

したがって①が実数解をただ１つだけもつのは，x の２次方程式

$x^2+(a+1)x+1=0$ ……②

が $x=1$ 以外の実数解をもたないときである．

②が $x=1$ を解にもつとき

$1+(a+1)\cdot 1+1=0 \qquad a=-3$

このとき②は，

$x^2-2x+1=0 \qquad (x-1)^2=0$

より，重解 $x=1$ をもち適する．

②が実数解をもたないとき，この方程式の判別式を D とすると

$D=(a+1)^2-4<0$

$-2<a+1<2$

$-3<a<1$

以上より，求める a の範囲は，$\boldsymbol{-3\leqq a<1}$ ……イ

(2) 実数係数の３次方程式　$x^3-x^2+ax+b=0$ が $-p-2i$（p は実数）を解にもつとき，$-p+2i$ も解にもつ．またもう一方の解は p である．

よって，解と係数の関係より，

$$\begin{cases} (-p+2i)+(-p-2i)+p=1 & \cdots\cdots① \\ (-p+2i)(-p-2i)+(-p-2i)p+p(-p+2i)=a & \cdots\cdots② \\ (-p+2i)(-p-2i)p=-b & \cdots\cdots③ \end{cases}$$

①より　$p=\mathbf{-1}$ ……ウ

このとき②より，

$a=(1+2i)(1-2i)-(1-2i)-(1+2i)=3$

③より，$b=(1+2i)(1-2i)=5$

したがって，$(a,\ b)=\mathbf{(3,\ 5)}$ ……エ

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

1 ［2］ 3つのサイコロを同時に投げるとき，出た目の最大値が6となる確率は **オ** であり，出た目の最小値と最大値の組が(1，6)となる確率は **カ** である.

3つのサイコロを同時に投げるとき，目の出方の場合の数は

$6^3=216$（通り）

出た目の最大値が6となることの余事象は，3つとも1〜5のいずれかが出る場合である.

よって出た目の最大値が6となる確率は

$$1-\frac{5^3}{6^3}=1-\frac{125}{216}=\boldsymbol{\frac{91}{216}}\quad\cdots\cdots オ$$

出た目の最小値が1，最大値が6となるのは，3つのサイコロの目が次の通り

① 1，1，6　　② 1，6，6　　③ 1，6，2から5のいずれか

①のとき，3つの目がどのサイコロの出目かについて

$\frac{3!}{2!}=3$（通り）

②も同様3通り

③のとき，$4\times 3!=24$（通り）

以上より，求める確率は，

$$\frac{3+3+24}{6^3}=\frac{30}{6^3}=\boldsymbol{\frac{5}{36}}\quad\cdots\cdots カ$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

2　座標平面上の曲線 C：$y=-x^3+x+6$ を考える．
(1)　C 上の点 $(2,\ 0)$ を通る C の接線をすべて求めよ．
(2)　$a>0$ とする．点 $(a,\ 0)$ を通る C の接線の本数を求めよ．

(1)　C：$y=-x^3+x+6$　より　$y'=-3x^2+1$

C 上の点 $(t,\ -t^3+t+6)$ における C の接線は，

$$y=(-3t^2+1)(x-t)-t^3+t+6$$

つまり

$$y=(-3t^2+1)x+2t^3+6 \quad \cdots\cdots ①$$

①が $(2,\ 0)$ を通るとき，

$$0=(-3t^2+1)\cdot 2+2t^3+6$$
$$t^3-3t^2+4=0$$
$$(t-2)(t^2-t-2)=0$$
$$(t-2)^2(t+1)=0$$
$$t=2,\ -1$$

したがって求める接線の式は①より，

$\boldsymbol{y=-11x+22}$，$\boldsymbol{y=-2x+4}$

(2)　①が $(a,\ 0)$ を通るとき

$$0=(-3t^2+1)\cdot a+2t^3+6$$
$$2t^3-3at^2+a+6=0 \quad \cdots\cdots ②$$

3 次関数は接点が異なれば接線も異なるので，t の 3 次方程式②の異なる実数解の個数が求める接線の本数に等しい．

$f(t)=2t^3-3at^2+a+6$　とおくと　$f'(t)=6t^2-6at=6t(t-a)$

$a>0$ より，$f(t)$ の増減表は右図

t	$\cdots$	0	$\cdots$	a	$\cdots$
$f'(t)$	＋	0	－	0	＋
$f(t)$	↗		↘		↗

$$f(0)=a+6$$
$$f(a)=-a^3+a+6=-(a-2)(a^2+2a+3)$$

$a^2+2a+3=(a+1)^2+2>0$ より，

$f(a)$ の正負は $-(a-2)=-a+2$ の正負と一致する．

よって②の異なる実数解の個数は

$f(0)\cdot f(a)<0$　つまり　$(a+6)(a-2)>0$　より　$a<-6,\ 2<a$ のとき 3 個

$f(0)\cdot f(a)=0$　つまり　$a=-6,\ 2$ のとき 2 個

$f(0)\cdot f(a)>0$　つまり　$-6<a<2$ のとき 1 個

$a>0$ であることより，求める接線の本数は，

$$\begin{cases} \boldsymbol{a>2} \text{ のとき　3 本} \\ \boldsymbol{a=2} \text{ のとき　2 本} \\ \boldsymbol{0<a<2} \text{ のとき 1 本} \end{cases}$$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

3　原点をOとする座標平面上に2点A(3, 2)，B(−1, 5)をとる．線分ABを$s:1-s$ $(0<s<1)$の比に内分する点をCとする．また，平面上の2点P，Qが，$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}$，$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OA}$ $(0<t<1)$を満たしているとする．

(1) $\overrightarrow{CP}$の成分をsとtで表せ．

(2) $|\overrightarrow{CP}|=|\overrightarrow{AP}|$が成り立つとき，$s$を$t$で表せ．

(3) $|\overrightarrow{CP}|=|\overrightarrow{AP}|$と$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CQ}$が成り立つとき，$s$と$t$の値を求めよ．

(1) $\overrightarrow{OA}=(3,\ 2)$　$\overrightarrow{OB}=(-1,\ 5)$

$\overrightarrow{OC}=(1-s)\overrightarrow{OA}+s\overrightarrow{OB}=(1-s)(3,\ 2)+s(-1,\ 5)=(3-4s,\ 2+3s)$

$\overrightarrow{OP}=\overrightarrow{OA}+t\overrightarrow{OB}=(3,\ 2)+t(-1,\ 5)=(3-t,\ 2+5t)$

よって　$\overrightarrow{CP}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OC}=\boldsymbol{(4s-t,\ -3s+5t)}$

(2) $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA}=(-t,\ 5t)$

$|\overrightarrow{CP}|=|\overrightarrow{AP}|$　より　$|\overrightarrow{CP}|^2=|\overrightarrow{AP}|^2$

$(4s-t)^2+(-3s+5t)^2=(-t)^2+(5t)^2$

$25s^2-38st=0$

$s\neq0$ より　$25s-38t=0$

よって　$\boldsymbol{s=\dfrac{38}{25}t}$　……①

(3) $\overrightarrow{AB}=(-4,\ 3)$

$\overrightarrow{OQ}=\overrightarrow{OB}+t\overrightarrow{OA}=(-1,\ 5)+t(3,\ 2)=(3t-1,\ 2t+5)$ より

$\overrightarrow{CQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OC}=(4s+3t-4,\ -3s+2t+3)$

$\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{CQ}$ より，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CQ}=0$

$-4(4s+3t-4)+3(-3s+2t+3)=0$

$25s+6t=25$　……②

①，②より　$\boldsymbol{s=\dfrac{19}{22},\ t=\dfrac{25}{44}}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

練習問題解答

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第１講　全学統一入試

[1]　a は実数とする．x の方程式 $x^3+x^2+ax-a-2=0$ は a の値によらない実数解をもち，その実数解は $x=$ [ア] である．また，この方程式が虚部が 2 の虚数解をもつとき，a の値を求めると $a=$ [イ] である．

[2]　曲線 $C : y=x^3-3x$ に対し，点 A$(3,\ a)$ から 3 本の接線が引けるとき，a の値の範囲は $-$[ウ]$<a<$[エオ] である．

[3]　座標平面上に 3 点 O$(0,\ 0)$，A$(2,\ 0)$，B$(0,\ 1)$ がある．AB を $t:(1-t)$ に内分する点を C，AB を $(1-t):t$ に内分する点を D とする．ただし，$0<t<\frac{1}{2}$ である．このとき，$\overrightarrow{\mathrm{OD}}$，$\overrightarrow{\mathrm{CD}}$ を成分で表すと $\overrightarrow{\mathrm{OD}}=($[カ]$t,\ $[キ]$-t)$，

$\overrightarrow{\mathrm{CD}}=($[ク]$t-2,\ \ 1-$[ケ]$t)$ である．△OCD が直角三角形になるとき

$t=\dfrac{[コ]}{[サ]}$ であり，$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|=|\overrightarrow{\mathrm{CD}}|$ のとき，$t=\dfrac{9-\sqrt{[シス]}}{15}$ である．

解答例

[1]　$x^3+x^2+ax-a-2=0$　より　$(x-1)\{x^2+2x+(a+2)\}=0$

よって a の値に関わらず実数解 $x=\mathbf{1}$ をもつ．

またこの方程式が虚部が 2 の虚数解をもつとき，

方程式 $x^2+2x+(a+2)=0$ が 2 つの異なる虚数解 $m\pm 2i$（m は実数）をもつ．

よって解と係数の関係より　$(m+2i)+(m-2i)=-2$，$(m+2i)(m-2i)=a+2$

したがって，$2m=-2$，$m^2+4=a+2$　より　$m=-1$，$a=\mathbf{3}$

[2]　$y=x^3-3x$より　$y'=3x^2-3$

よって曲線 C 上の点$(t,\ t^3-3t)$における接線の方程式は

$y=(3t^2-3)(x-t)+t^3-3t=(3t^2-3)x-2t^3$

この接線が A$(3,\ a)$ を通るとき　$a=(3t^2-3)\cdot 3-2t^3$

つまり　$-2t^3+9t^2-9=a$　…①

点 A から曲線 C に 3 本の接線が引けるのは，t の方程式①が異なる 3 つの実数解をもつときであり，それは $f(t)=-2t^3+9t^2-9$　と　$y=a$ のグラフの共有点の個数が 3 個のときである．

$f'(t)=-6t^2+18t=-6t(t-3)$

$f(t)$の増減表は右図．

t	…	0	…	3	…
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(t)$	↘	-9	↗	18	↘

したがって，求める a の値の範囲は　$\mathbf{-9<a<18}$

[3]　$\overrightarrow{\mathrm{OC}}=(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OA}}+t\overrightarrow{\mathrm{OB}}=(1-t)(2,\ 0)+t(0,\ 1)=(2-2t,\ t)$

$\overrightarrow{\mathrm{OD}}=t\overrightarrow{\mathrm{OA}}+(1-t)\overrightarrow{\mathrm{OB}}=t(2,\ 0)+(1-t)(0,\ 1)=(\mathbf{2}t,\ \mathbf{1}-t)$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

よって $\overrightarrow{\mathrm{CD}}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}-\overrightarrow{\mathrm{OC}}=(4t-2,\ 1-2t)$

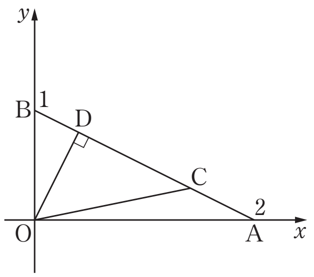
△OCD が直角三角形になるのは，右図より OD⊥CD のとき

つまり $\overrightarrow{\mathrm{OD}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{CD}}=0$ より　$2t(4t-2)+(1-t)(1-2t)=0$

$10t^2-7t+1=0$

$(5t-1)(2t-1)=0$

$0<t<\dfrac{1}{2}$ より　$t=\boldsymbol{\dfrac{1}{5}}$



$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|=|\overrightarrow{\mathrm{CD}}|$　のとき　$|\overrightarrow{\mathrm{OD}}|^2=|\overrightarrow{\mathrm{CD}}|^2$　より

$(2t)^2+(1-t)^2=(4t-2)^2+(1-2t)^2$

$15t^2-18t+4=0$

$t=\dfrac{9\pm\sqrt{21}}{15}$

$0<t<\dfrac{1}{2}$ より　$t=\boldsymbol{\dfrac{9-\sqrt{21}}{15}}$

©RECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。